**CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC**

**I. Lý thuyết**

**A. Trường hợp đồng dạng thứ nhất (cạnh – cạnh – cạnh)**

**1. Định lý:** Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.



**Bài 1:** Cho hình vẽ

a)  có đồng dạng với  hay không?

b) Tính tỉ số chu vi của hai tam giác

**Lời giải**

a) Do 

b) 

**Bài 2:** Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh tỉ lệ với 4, 5, 6. Cho biết:  và cạnh nhỏ nhất của tam giác DEF là 0,8cm. Tính độ dài các cạnh còn lại của tam giác DEF.

**Lời giải**

Vì  nên  cũng có độ dài các cạnh tỉ lệ với 4, 5, 6

Giải sử DE < EF < FD 

Ta có: 

**Bài 3:** Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác A’B’C’. Cho biết   và chu vi tam giác A’B’C’ bằng 45cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác A”B’C’.

**Lời giải**

Ta có: 

**Bài 4:** Cho tam giác ABC và một điểm O nằm trong tam giác đó. Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng OA, OB, OC.

a) Chứng minh: 

b) Cho biết  có chu vi bằng 543cm. Tính chu vi 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Chu vi  là 

**Bài 5:** Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác A’B’C’. Cho biết   Tính độ dài các cạnh của tam giác A’B’C’ nếu:

a)  b) 

**Lời giải**

Ta có: 

a) Tính được: 

b) Tương tự tính được: 

**Bài 6:** Cho tứ giác ABCD có AB = 3cm, BC = 10cm, CD = 12cm, AD = 5cm, đường chéo BD = 6cm. Chứng minh rằng:

****a.  b. ABCD là hình thang.

**Lời giải**

a. Ta có: 

b. AB // CD  là hình thang.

**Bài 7:** Cho tam giác ABC vuông tại A có BC =10cm, AC = 8cm và tam giác A’B’C’ vuông tại A’ có B’C’ = 5cm, A’C’ = 4cm

a. Chứng minh rằng: 

b. Tính tỉ số chu vi của  và 

**Lời giải**

a. AB = 6cm, A’B’ = 3cm 

b. Ta có:  tỉ số đồng dạng là 2.

**Bài 8:** Cho tam giác ABC. Các đường cao AF, Bk, CL cắt nhau tại H. Từ A kẻ Ax vuông góc với AB, từ C kẻ Cy vuông góc với BC. Gọi P là giao điểm của Ax và Cy

a. Chứng minh tứ giác AHCP là hình bình hành

b. Lấy O là trung điểm của BP. D, E lần lượt là trung điểm của BC và CA. Chứng minh rằng:

.

**Lời giải**

a. Tứ giác có các cạnh đối song song nên là hình bình hành

b. OB = OP = OA = OA nên O là giao điểm các đường trung trực của các cạnh BC, AC, AB



**Bài 9:** Cho tam giác ABC. Điểm M thuộc cạnh BC sao cho . Kẻ MH // AC (H thuộc AB ) và MK // AB (K thuộc AC)

a. Tính độ dài MB, MC biết BC = 25cm

b. Tính chu vi tam giác ABC khi biết chu vi tam giác KMC = 30cm

c. Chứng minh: HB . MC = BM . KM

**Lời giải**

a) 

b) 

c) 

**B. Trường hợp đồng dạng thứ hai (cạnh – góc – cạnh)**

**1. Định lý:** Nếu hai cạnh của tam giác này tỷ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau, thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau

Nếu: 

**Bài 1:** Hình thang vuông ABCD có: . Tính BC?

**Lời giải**

Xét  và , có:



Xét 

**Bài 2:** Cho tam giác ABC có các cạnh  Đường phân giác góc A cắt cạnh BC tại D. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của các điểm B, C trên đường thẳng AD.

a) Tính tỉ số  b) Chứng minh 

**Lời giải**

a) Ta có:



b) .

**Bài 3:** Cho tam giác ABC có AB = 8cm, AC =16cm. Gọi D và E là hai điểm lần lượt trên cạnh AB và AC sao cho BD = 2cm, CE = 13cm. Chứng minh rằng

a. 

b.  , cho DE = 5cm. Tính BC?

c. 

**Lời giải**

a. 

b) Xét  và , có:  và  chung



c. Vì 

**Bài 4:** Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC lấy điểm E, tia AE cắt đường thẳng CD tại M, tia DE cắt đường thẳng AB tại N, Chứng minh rằng:

a)  b) 

**Lời giải**

a. Xét , có: 

Xét , có: 

Từ (1)(2) 

b. 

**Bài 5:** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi M, N là trung điểm của HC và AC. Nối AM, MN. Lấy G thuộc AM sao cho . Chứng minh rằng :

a.  b. H, G, N thẳng hàng

**Lời giải**

a. Ta có:  (so le trong) và 



b. 



**Bài 6:** Cho hình thoi ABCD, . Qua C kẻ đường thẳng d cắt các tia đối của các tia BA, DA theo thứ tự tại E, F. Chứng minh rằng

a.  b.  c. 

**Lời giải**

a) Ta có: 



b) 

c) 

**Bài 7:** Cho tam giác ABC có AB = 6cm, AC = 7,5cm, BC = 9cm. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho: AD = AC

a. Chứng minh rằng:  b. Tính CD

c. Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

a. Ta có: BD = 13,5 cm



b. Ta có: 

c)  (góc ngoài tam giác).

**Bài 8:** Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BD. Lấy điểm E trên DH, K trên CB sao cho: . Chứng minh rằng:

a.  b. 

c. 

**Lời giải**

a. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo, có:

 và  cân 

Xét  và  có:

Mà: 

b) 

Ta có: 

 và , có: 

****c. 

**Bài 9:** Cho tam giác ABC vuông tại A, AB = 1cm, AC = 3cm. Trên cạnh AC lấy các điểm D, E sao cho AD = DE = EC

a. Tính độ dài BD

b. Chứng minh: 

c. Tính: 

**Lời giải**

a. Áp dụng định lí Pytago 

b. 

c. Từ câu b .

**Bài 10\*:** Cho tam giác ABC cân tại A và M là trung điểm của cạnh đáy BC. Một điểm D thay đổi trên cạnh AB. Lấy một điểm E trên cạnh AC sao cho: . Chứng minh:

a. 

b.  đồng dạng với hai tam giác trên

c. DM là phân giác của , EM là phân giác của 

d. Khoảng cách từ M đến ED không đổi khi D thay đổi trên AB

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) 

****Xét  và , có: 

c. là phân giác 

là phân giác 

d. Từ M kẻ 

Ta có: M nằm trên phân giác của , mà MH không đổi. Vậy MI không đổi khi D thay đổi trên AB.

**C. Trường hợp đồng dạng thứ 3 (góc – góc)**

**1. Định lý:** Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

Nếu 

**Bài 1:** Cho tam giác ABC có AB = 6cm, AC = 9cm, D thuộc AC sao cho . Tính AD?

**Lời giải**

Xét  và  có:



**Bài 2:** Cho tam giác ABC có AB > AC. Đường phân giác AD. Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho 

a. Tìm tam giác đồng dạng với 

b. Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b. Xét , có: 

Từ (1)(2)  (đpcm).

**Bài 3:** Cho  có AM là phân giác . Kẻ tia Cx thuộc nửa mặt phẳng bờ BC không chứa A sao cho  Gọi N là giao điểm của Cx và tia AM. Chứng minh:

a)  b) 

c) Tam giác BCN cân

**Lời giải**

a) Xét  và , có: 

b) Từ câu a 

c) Từ câu a ta lại có: 



Có:  đpcm.

**Bài 4:** Cho hình chữ nhật ABCD, kẻ . Gọi M, N K lần lượt là trung điểm của BC, AH, DH

a. Tứ giác MNKC là hình gì?

b. Chứng minh: 

c. 

**Lời giải**

a) Ta có: là hình bình hành

b) Ta có: 



c) **Cách 1:** Chứng minh H là trực tâm của tam giác

**Cách 2:** 

**Bài 5:** Cho hình bình hành ABCD, qua D kẻ đường thẳng cắt AC, AB, BC lần lượt tại I, M, N. Chứng minh rằng:

a.  b. 

c.  d. (khó)

**Lời giải**

a) ta có: 

b) 

c) , có:  (Hệ quả TaLet) mà: 

Vậy: 

d) Xét , có: 

Xét , có:  . mà: 

Từ (3)(4)(5) 

**Bài 6:** Cho tam giác ABC ( AB < AC ), phân giác AM. Ở miền ngoài tam giác vẽ tia Cx sao cho: . Gọi N là giao điểm của Cx và AM. Chứng minh rằng:

a.  b. 

c.  cân d. 

**Lời giải**

a. 

b) Từ câu a 

c. Từ câu a, có: 

d. 

  
Trừ từng vế của (1) và (2) ta được: 

**Bài 7: [GVG Tỉnh 2016 – 2017]**

Cho hình bình hành ABCD có đường chéo AC lớn hơn BD. Từ C hạ các đường vuông góc CE, CF lần lượt xuống các tia AB và AD. Chứng minh rằng: .

**Lời giải**

Kẻ 





(1)(2) 

**Bài 8:** Cho tam giác đều ABC, gọi M là trung điểm cảu BC. Một góc xMy = 600 quay quanh điểm M sao cho 2 cạnh Mx, My luôn cắt cạnh AB, AC lần lượt tại D và E. Chứng minh:

a. 

b. DM, EM lần lượt là tia phân giác của các góc 

c. Chu vi tam giác ADE không đổi

**Lời giải**

a) Ta đi chứng minh: 

Có: 



b. Ta đi chứng minh: 

Do:

(do )

Chứng minh tương tự ta có: 

c. Gọi H, I, K là hình chiếu của M trên AB, DE, AC

Chứng minh: 

Chu vi .

**Bài 9:** Cho tam giác ABC và d là đường thẳng tùy ý qua B. Qua E là điểm bất kỳ trên AC, vẽ đường thẳng song song với AB, BC, lần lượt cắt d tại M và N. Gọi D là giao điểm của ME và BC. Đường thẳng NE cắt AB và MC lần lượt tại F và K. Chứng minh

a. 

b. 

**Lời giải**

a) Ta có: là hình bình hành







Từ (1)(2)(3) 

b. Ta chỉ ra được: 

**BÀI TẬP TỔNG HỢP**

**Bài 1:** Cho  Vẽ đường cao AH (). Lấy điểm D đối xứng với B qua H

a. Chứng minh: 

b. Qua C dựng đường thẳng vuông góc với tia AD cắt AD tại E. CMR: 

c. Chứng minh: 

d. Cho AB = 6cm, AC = cm. Tính diện tích 

****e. AH cắt CE tại F. Chứng minh tứ giác ABFD là hình thoi.

**Lời giải**

a) ta có: 

b) Từ 

c) 

d) 



Ta có: 

e) Theo ý d có: 

mà  tứ giác là hình thoi.

**Bài 2:** Cho tam giác ABC nhọn. Kẻ các đường cao BE và CF cắt nhau tại H

a. Chứng minh: 

b. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với CF cắt tia AH tại M, AH cắt BC tại D. Chứng minh : 

c. Cho  và kẻ AK vuông góc với FE tại K. Tính tỉ số 

d. Chứng minh: 

e. Chứng minh: .

**Lời giải**

a. 

b. 

c. 

Bài cho  vuông cân tại E



d. Ta có: 

Ta có: 

e. Từ đó ta có:



**Bài 3:** Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC). Kẻ  Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC

a. Chứng minh: 

b. Chứng minh: 

c. Lấy M đối xứng với A qua E, tia MH cắt cạnh AC tại N. Chứng minh rằng:  và 

d. Gọi O là trung điểm của BC; AO giao với HN tại K. Cho biết  . Hãy tính tỉ số .

**Lời giải**

a. Ta có: 

b. Gọi I là giao điểm của AH và EF.  cân 

Mà 

c. Ta có EI là đường trung bình của 



mặt khác



d. Ta có  cân 

Lại có  và



 đều và N là trung điểm của AC 

**Bài 4:** Cho hình vuông ABCD, lấy điểm E là trung điểm của AB. Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với CE tại I cắt BC tại F

a. Chứng minh: 

b. Chứng minh: 

c. Chứng minh  cân

d. Gọi K là trung điểm của DC, AK cắt DF tại H. Tính diện tích tứ giác KHCI biết

AB = 6cm

**Lời giải**

b. Từ 



c. Gọi K là trung điểm của CD  là hình bình hành



Ta có  cân

d. Tứ giác KHCI là hình thang vuông có diện tích là   
- Ta có 

- Xét 

Áp dụng tính chất đường trung bình trong tam giác, ta có: 

